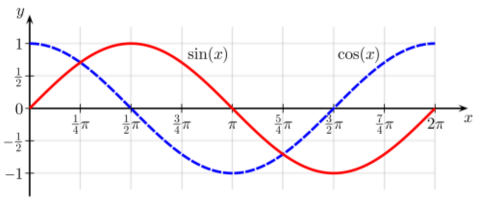
NUS II

Jonathan Müller jo@student.ethz.ch

DIVERSES



Frequenz, Winkelgeschwindigkeit:

$\omega = 2\pi f \qquad f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$

$\frac{1}{\underline{z}}$: $\frac{1}{a+bj} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}j$

SYMBOLE & BEZEICHNUNGEN

Zeitlicher Mittelwert	$\overline{u}$
Amplitude	$\hat{u}$
Gleichrichtwert	$\overline{\lvert u \rvert}$
Komplexe Grösse	$\underline{u}$
Konjugiert komplex	$\underline{u}^*$
Komplexe Amplitude	$\hat{\underline{u}}$
Betrag	$\lvert\underline{u}\rvert$
Effektivwert	U_{eff}

KOMPLEXE AC-RECHNUNG

	Induktivität	Kapazität
Widerstand	$j\omega L$	$\frac{1}{j\omega C} = j\frac{-1}{\omega C}$
Leitwert	$\frac{1}{j\omega L} = j\frac{-1}{\omega L}$	$j\omega C$
TR	$Z = ind(L)$ $Y = indy(L)$	$Z = cap(C)$ $Y = capy(C)$
Phase	$+\frac{\pi}{2}, u$ vor i	$-\frac{\pi}{2}, i$ vor u
Spruch	Induktivität – Strom spät	Kapazitor – Strom vor

$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \qquad \underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \qquad \underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y}$

Phasenverschiebung: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

$\varphi > 0 \Rightarrow u$ vor i, kapazitives Verhalten

Auf Taschenrechner: $angle(z)$

Mittelwert: $\overline{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$

Gleichrichtwert:

$\overline{|u|} = \frac{\hat{u}}{2\pi}\int_0^{2\pi}|\sin \omega t| d(\omega t)$

Effektivwert: $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$,

gleiche Formel für I_{eff}

Der Effektivwert gibt den Wert eines Gleichstromes der an einem Ohm'schen Widerstand im zeitlichen Mittel die gleichen Verluste verursacht.

Effektivwert bei **Sinusförmigen** Fkt.: $\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

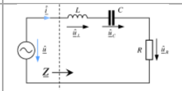
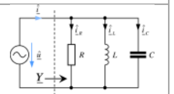
SCHWINGKREISE

Resonanzfrequenz: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Resonanz→ Blindanteil ist null

Dämpfung/Verlustfaktor: $d_s = \frac{1}{Q_s}$

Bandbreite: $b_\omega = \frac{f_P}{Q} \cdot 2\pi \left[\frac{rad}{s}\right]$

	Serie	**Parallel**
		
Funktion	Saugkreis	Sperrkreis
Bei Resonanz:	Z minmimal	Z maximal
Impedanz	$\underline{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$	$\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$

Güte	$Q_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$Q_P = R\sqrt{\frac{C}{L}}$
Näherung für $Q > 0$	$\frac{\hat{u}_{L\,max}}{\hat{u}} = \frac{\hat{u}_{C\,max}}{\hat{u}} \approx Q_s$	$\frac{\hat{\imath}_{L\,max}}{\hat{\imath}} = \frac{\hat{\imath}_{C\,max}}{\hat{\imath}} \approx Q_P$

Für $Q_S, Q_P < 1/\sqrt{2}$ tritt keine Resonanz auf.

LEISTUNG

Momentan -leistung	p	$u(t) \cdot i(t)$
Wirk-leistung	P	$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt =$ $U_{eff} \cdot I_{eff}\cos(\varphi_u - \varphi_i) =$ $I_{eff}^2 R = \frac{1}{R}U_{eff}^2 = \frac{R}{2}\lvert\hat{\underline{\imath}}\rvert^2$
Blind-leistung	Q	$U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi_u - \varphi_i)\,[var]$
Schein-leistung	S	$U_{eff}I_{eff} = \sqrt{P^2 + Q^2}[VA]$
Leistungs-faktor	λ	$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{P}{S}$
Phase des Stroms	φ_i	-
Phase der Spannung	φ_u	-

FREQUENZABH. SPANNUNGSTEILER

Grenzfrequenz ω_g: Wirk- und Blindleistung gleich gross, $\varphi = 45°$

Knickfrequenz: Amplitude ist noch $\frac{1}{\sqrt{2}}$ der ursprünglichen Amplitude (3db)

LEISTUNGSANPASSUNG

Maximale Leistungsabgabe: Quelle mit Innenimpedanz $\underline{Z}_i \Rightarrow$ Verbraucher mit Impedanz $\underline{Z}_i^*$

$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$

Bei rein **ohmscher Last**: $R_L = |\underline{Z}_i|$

$P_{max} = \frac{U_0^2}{2}\frac{1}{R_i + \sqrt{R_i^2 + X_i^2}}$

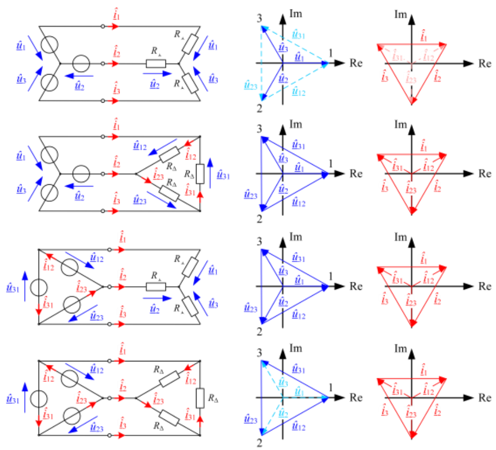
DREIPHASENNETZ

Bei symmetrischer Belastung (auch mit Blindanteil!) ist die **Leistung**:

$P = 3UIcos(\varphi) = \frac{3}{2}\frac{|\hat{\underline{u}}_{12}|^2}{|\underline{Z}|} \cdot \cos(\varphi)$

$\hat{\underline{u}}_1 = \hat{u}e^{j\cdot 0}, \qquad \hat{\underline{u}}_2 = \hat{u}e^{j\frac{4\pi}{3}}, \qquad \hat{\underline{u}}_3 = \hat{u}e^{j\frac{2\pi}{3}}$

Aussenleiterspannung: $|\hat{\underline{u}}_{12}| = \sqrt{3}\hat{u}$



$\hat{\underline{u}}_{12} = \hat{\underline{u}}_1 - \hat{\underline{u}}_2; \qquad \hat{\underline{u}}_{23} = \hat{\underline{u}}_2 - \hat{\underline{u}}_3; \qquad \hat{\underline{u}}_{31} = \hat{\underline{u}}_3 - \hat{\underline{u}}_1$

$\hat{\underline{\imath}}_1 = \hat{\underline{\imath}}_{12} - \hat{\underline{\imath}}_{31}; \qquad \hat{\underline{\imath}}_2 = \hat{\underline{\imath}}_{23} - \hat{\underline{\imath}}_{12}; \qquad \hat{\underline{\imath}}_3 = \hat{\underline{\imath}}_{31} - \hat{\underline{\imath}}_{23}$

Symmetrische Dreiphasensysteme:

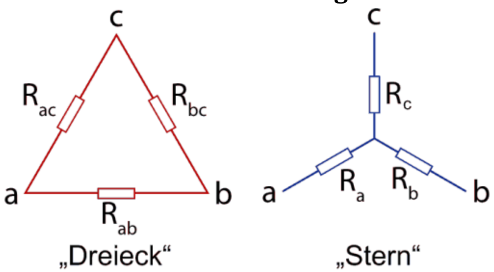
$\underline{S}_{ges} = 3 \cdot \hat{\underline{u}}_1 \cdot \hat{\underline{\imath}}_1^* / 2 = 3 \cdot \hat{\underline{u}}_{12} \cdot \hat{\underline{\imath}}_{12}^* / 2$

$|\hat{\underline{u}}_1| = |\hat{\underline{u}}_2| = |\hat{\underline{u}}_3| = |\hat{\underline{u}}_{12}|/\sqrt{3} = |\hat{\underline{u}}_{23}|/\sqrt{3} = |\hat{\underline{u}}_{31}|/\sqrt{3}$

$|\hat{\underline{\imath}}_1| = |\hat{\underline{\imath}}_2| = |\hat{\underline{\imath}}_3| = |\hat{\underline{\imath}}_{12}|\cdot\sqrt{3} = |\hat{\underline{\imath}}_{23}|\cdot\sqrt{3} = |\hat{\underline{\imath}}_{31}|\cdot\sqrt{3}$

→ **deshalb, für gleiche Leistung: $R = R_\Delta / 3$**

Stern-Dreieck-Umwandlung:



$$R_a = \frac{R_{ac}A_{ab}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}}, R_b = \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}}, R_c = \frac{R_{ac}R_{bc}}{R_{ac}+A_{ab}+R_{bc}}$$

$$R_{ac} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_b$$
$$R_{ab} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_c$$
$$R_{bc} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_a$$

Übertrager

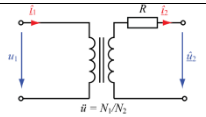
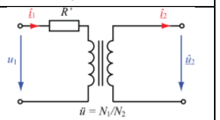
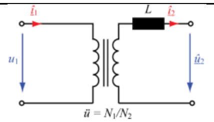
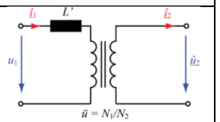
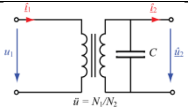
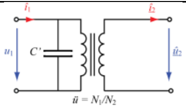
$$ü = \frac{u_p}{u_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$\Theta_{p,i_s=0} = N_p i_{p,i_s=0} = R_m \Phi_{1,i_s=0}$$

Punktkonvention: Punkte gleich ➔ Spannung gleich, Strom verkehrt

Allg. Ersatzschaltbild: ET 1, S. 292

Impedanztransformation:

	Sekundär	Primär
R	 $P_R = RI_2^2$	 $P_R' = R'I_1^2 = P_R$ $\Rightarrow R' = Rü^2$
L	 $W_L = \frac{1}{2}LI_2^2$	 $W_L' = \frac{1}{2}L'I_1^2 = W_L$ $\Rightarrow L' = Lü^2$
C	 $W_C = \frac{1}{2}CU_2^2$	 $W_C' = \frac{1}{2}C'U_1^2 = W_C$ $\Rightarrow C' = \frac{C}{ü^2}$

Zweitore

Matrizen: ET 3 S. 126 ff.

Reziproke/Symmetrische Zweitore: ET 3 S. 134

Eingangsimpedanz bei ausgangsseitiger Verbraucherimpedanz: $Z_a = \frac{Z_aA_{11}+A_{12}}{Z_aA_{21}+A_{22}}$

Fourier

$\overline{u}(t)$	$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)d(\omega t)$
cos	$\hat{a}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos(n\omega t)\,dt$
sin	$\hat{b}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin(n\omega t)dt$

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[\hat{a}_n\cos(n\omega t) + \hat{b}_n\sin(n\omega t)]$$

Tabelle: ET 2 S. 280

Symmetrien : ET 2 S. 142

Grundschwingungsgehalt: $g = \frac{U_1}{U_\sim}$, Eff.-Wert der Grundschwingung und des Wechselanteils

Klirrfaktor: $k = \sqrt{1-g^2}$

Sonstiges: ET 2 S. 161

Leistung/Effektivwert: Produkt der Gleichanteile + Summe der Wirkleistungen der Harmonischen

Nur was gleiche Frequenz und Phase hat trägt zur Leistung bei

$$U_{eff} = \sqrt{a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(\hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2)}$$

$$P = U_0I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_nI_n\cos(\varphi_{u_n} - \varphi_{i_n})$$

$$S = UI = \sqrt{\left[U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}U_n^2\right]\left[I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}I_n^2\right]}$$

Blindleistung: $Q^2 = S^2 - P^2$

Leistungsfaktor: $\lambda = \frac{P}{S}$

Laplace

Der Spannungsverlauf an einer Kapazität und der Stromverlauf an einer Induktivität ist immer stetig.

Tabelle: ET 2 S. 183

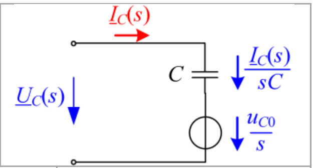
Differentiationssatz: $f'(t) \leftrightsquigarrow sF(s) - f(0)$

Allgemein: $j\omega = s$

Einschaltvorgang: $u(t) = \sigma(t)\cdot\hat{u} \leftrightsquigarrow \frac{U_0}{s}$

Kapazität

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt}$$

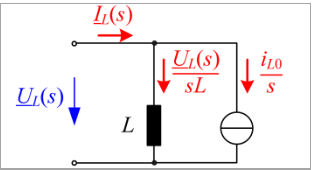


$\underline{I_C}(s) = C\cdot s\cdot\underline{U_C}(s) - C\cdot u_{C0}$ | $\underline{U_C}(s) = \frac{\underline{I_C}(s)}{C\cdot s} + \frac{u_{C0}}{s}$

Spannungsquelle seriell schalten

Induktivität

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt}$$

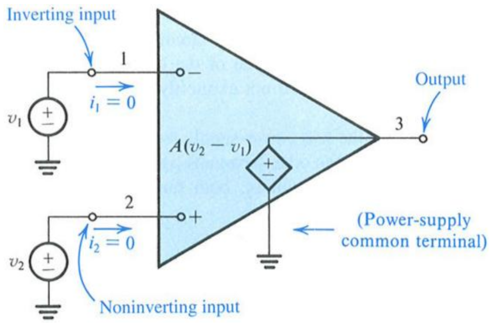


$\underline{U_L}(s) = L\cdot s\cdot\underline{I_L}(s) - L\cdot i_{L0}$ | $\underline{I_L}(s) = \frac{\underline{U_L}(s)}{L\cdot s} + \frac{i_{L0}}{s}$

Stromquelle parallel schalten

Zeitverschiebungssatz: $f(t)\cdot\sigma(t-t_0) \leftrightsquigarrow F(s)\cdot e^{-t_0s}$

OP-AMPS



Eingänge sind virtuell kurzgeschlossen

Knickfrequenz (3db)	ω_b
Transitfrequenz ($\lvert A\rvert < 1$)	ω_t
Geradeausverstärkung	$\underline{A}(\omega)$
Closed-Loop-Gain	G

$$v_{out} = (v_+ - v_-)A$$

Verstärkung: $\underline{A}(\omega) = \frac{A_0}{1+j\omega/\omega_b} = \frac{1}{\frac{1}{A_0}+j\omega/\omega_t}$

Näherung für $\omega \gg \omega_b$: $\underline{A}(\omega) \approx \frac{A_0\omega_b}{j\omega}$

Transitfrequenz: $\omega_t = A_0\omega_b$

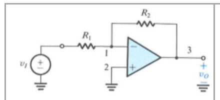
$$\underline{A}(\omega) \approx \frac{\omega_t}{j\omega}$$

$$\lvert \underline{A}(\omega_t)\rvert = 1$$

$\lvert \underline{A}(\omega)\rvert \cdot \omega = konst.$ (Verstärkungs-Bandbreite-Produkt)

Ideal: $A = \infty \Rightarrow v_{Id} = v_2 - v_1 = 0,\ A$ ist Frequenzunabhängig

Gleichspannungsverstärkung: $\omega = 0$



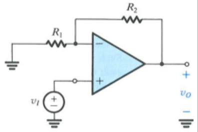
Invertierend

$$\frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$G = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2/R_1}{1 + \frac{(1+R_2/R_1)}{A}}$$

$$R_{in} = R_1,\ i_{in} = \frac{v_{in} + v_{out}/A}{R_1}$$

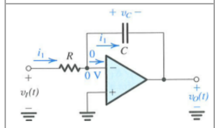
$$\omega_{3db} = \frac{\omega_t}{1 + R_2/R_1}$$



Nichtinvertierend

$$\frac{v_O}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad G = \frac{v_O}{v_I} = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + \frac{1+R_2/R_1}{A}}$$

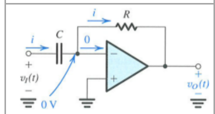
Spannungsfolger: $R_2 = 0, R_1 = \infty, G = 1$



Integrator (invertierend)

$$v_O(t) = -\frac{1}{CR}\int_0^1 v_1(t)dt$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{sCR}$$



Differentiator (invertierend)

$$i(t) = C\frac{dv_1(t)}{dt}$$

$$v_O(t) = -CR\frac{dv_1(t)}{dt}$$

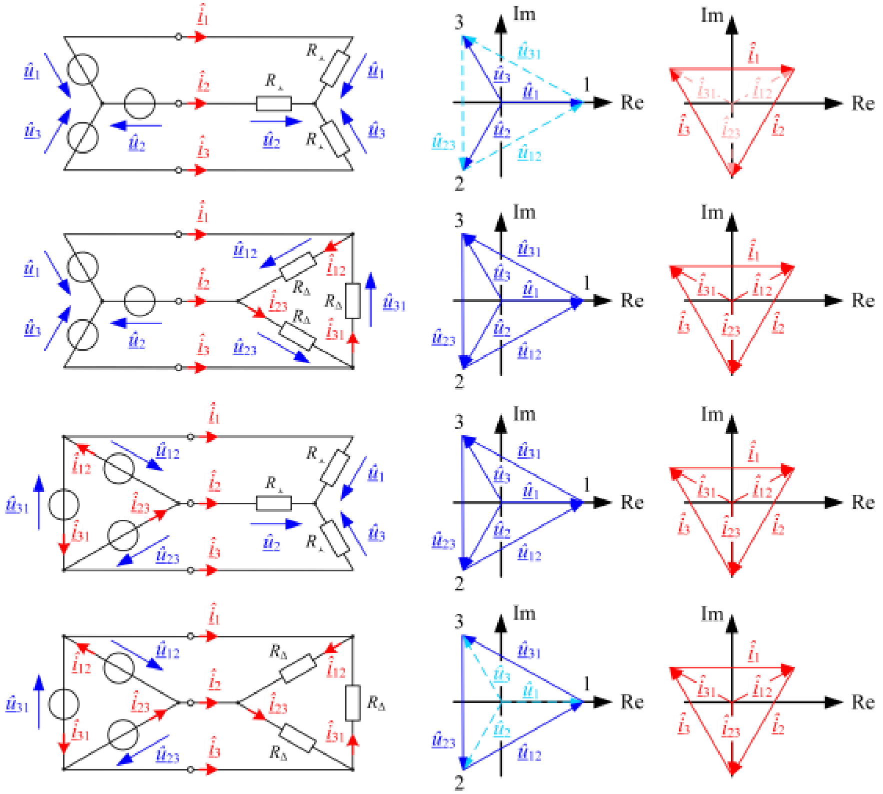
Slew Rate: $SR = \frac{dU_{out}}{dt}$

Übersteigt $\omega\hat{V}_i$ die Slew rate, treten nichtlineare Verzerrungen auf.

Full-Power-Bandwidth: Noch keine Verzerrungen, $f_M = \frac{SR}{2\pi V_{o\,max}}$

DIODEN

Ersatzschaltbild/differentieller Widerstand bestimmen: $U_d = 0 \Rightarrow I_d = ?$ und $I_D = 0 \Rightarrow U_D = ?$ Bestimmen, in Kennlinienfeld einzeichnen, beide Punkte verbinden, dort wo Kennlinie geschnitten wird ⇒ Arbeitspunkt. **Differentieller Widerstand**: Steigung der Kennlinie am Arbeitspunkt.



$$\underline{\hat{u}}_{12} = \underline{\hat{u}}_1 - \underline{\hat{u}}_2; \quad \underline{\hat{u}}_{23} = \underline{\hat{u}}_2 - \underline{\hat{u}}_3; \quad \underline{\hat{u}}_{31} = \underline{\hat{u}}_3 - \underline{\hat{u}}_1$$

$$\underline{\hat{i}}_1 = \underline{\hat{i}}_{12} - \underline{\hat{i}}_{31}; \quad \underline{\hat{i}}_2 = \underline{\hat{i}}_{23} - \underline{\hat{i}}_{12}; \quad \underline{\hat{i}}_3 = \underline{\hat{i}}_{31} - \underline{\hat{i}}_{23}$$

<u>Symmetrische</u> Dreiphasensysteme:

$$\underline{S}_{ges} = 3 \cdot \underline{\hat{u}}_1 \cdot \underline{\hat{i}}_1^* / 2 = 3 \cdot \underline{\hat{u}}_{12} \cdot \underline{\hat{i}}_{12}^* / 2$$

$$\lvert\underline{\hat{u}}_1\rvert = \lvert\underline{\hat{u}}_2\rvert = \lvert\underline{\hat{u}}_3\rvert = \lvert\underline{\hat{u}}_{12}\rvert/\sqrt{3} = \lvert\underline{\hat{u}}_{23}\rvert/\sqrt{3} = \lvert\underline{\hat{u}}_{31}\rvert/\sqrt{3}$$

$$\lvert\underline{\hat{i}}_1\rvert = \lvert\underline{\hat{i}}_2\rvert = \lvert\underline{\hat{i}}_3\rvert = \lvert\underline{\hat{i}}_{12}\rvert\cdot\sqrt{3} = \lvert\underline{\hat{i}}_{23}\rvert\cdot\sqrt{3} = \lvert\underline{\hat{i}}_{31}\rvert\cdot\sqrt{3}$$

→ deshalb, für gleiche Leistung: $R = R_\Delta / 3$